



基于改进犹豫度的区间值犹豫模糊集距离测度及其应用

范玉蕊, 王惠文*

(云南师范大学 数学学院, 云南 昆明 650500)

摘要:模糊集的距离是决策问题中十分重要的数值指标。本文在计算模糊集的距离时不仅探讨了犹豫模糊区间2个端点值和区间个数的多寡对计算结果的影响,而且考虑了其内部区间标准差的差异对于区间值犹豫模糊集之间的距离带来的影响。在探讨了区间值犹豫模糊集的标准差以及由此引出的偏差距离的基础上进一步提出了带有改进犹豫度的区间值犹豫模糊集距离测度公式,并给出实例说明该公式的合理性和优越性。

关键词:区间值犹豫模糊集;距离;相似度;偏差距离;模式识别

中图分类号:O159;O225

文献标志码:A

文章编号:1674-4942(2023)01-0024-05

Interval-valued Hesitant Fuzzy Set Distance Measure Based on Improved Hesitation Degree and Its Application

FAN Yurui, WANG Huiwen*

(School of Mathematics, Yunnan Normal University, Kunming 650500, China)

Abstract:The distance of fuzzy sets is a very important numerical index in decision making. In this paper, when calculating the distance, not only the influence of the two endpoint values and the number of intervals in the hesitation fuzzy interval on the calculation results is discussed, but also the effect of the difference of the standard deviation of the internal interval on the distance between the interval-valued hesitant fuzzy sets is considered. Based on the standard deviation of the interval value hesitation fuzzy set and the resulting deviation distance, the interval value hesitation fuzzy set distance measurement formula with improved hesitation is further proposed, and the rationality and superiority of the formula are given.

Keywords:interval-valued hesitant fuzzy sets; distance; similarity; deviation distance; pattern recognition

模糊集理论可以有效地处理经济活动中的模糊不确定性问题。但在实际问题中,经常出现决策者在几个值之间犹豫不决的情况,这时,直觉模糊集就无法对状况进行准确的描述。针对这种情况,文献[1]在模糊集理论中又增添了犹豫这一概念,提出犹豫模糊集,它允许模糊数可以在几个不同的数值之间波动,能够客观反映出决策者的犹豫情况。之后,文献[2]用多个区间数表示出现的可能隶属度,提出区间值犹豫模糊集的概念。文献[3]分析并探讨了区间值犹豫模糊集的一些基本运算和相关性质。

模糊集的距离及相似测度是决策问题中2个十分重要的数值指标且应用广泛。文献[4]提出犹豫模糊集中带有犹豫度的距离和相似度公式,文献[5]在此基础上将公式推广到区间上,但计算距离时仅探讨了犹豫模糊区间2个端点值和区间个数的多寡对计算结果的影响,并未考虑衡量区间值犹豫模糊集内部差异的标

收稿日期:2022-11-11

基金项目:云南师范大学研究生科研训练基金项目(YJSJJ22-B93)

第一作者:范玉蕊(1998—),河南新乡人,硕士研究生,研究方向为模糊多属性决策。E-mail:2922070067@qq.com

*通信作者:王惠文(1975—),江苏镇江人,副教授,研究方向为模糊决策。E-mail:mathynnu@163.com

准差对距离产生的影响,且要求相对应的元中区间个数相同。文献[6]提出的距离公式不要求对应元中区间的个数相同,但是只考虑了区间端点值的差异带来的影响。本文提出的距离公式同样不要求对应元中区间个数相同,此外,在探讨了区间值犹豫模糊集的标准差以及由此引出的偏差距离的基础上进一步提出了带有改进犹豫度的区间值犹豫模糊集距离测度公式,并应用于多属性决策问题中说明其合理性和有效性。

1 基本概念

定义 1^[5] 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是一非空集合,称 $A = \{ \langle x, \tilde{h}_A(x) \rangle | x \in X \}$ 为区间值犹豫模糊集(HIVFS), $\tilde{h}_A(x)$ 表示 x 对于 A 的所有可能隶属度区间,其端点值取值范围为 $[0,1]$, $h = \tilde{h}_A(x)$ 为区间值犹豫模糊元。

定理 1^[7] 设 A, B, C 是非空集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上的 3 个区间值犹豫模糊集,则 A, B, C 之间的距离 D 满足以下 3 个条件:

(1) $0 \leq D(A, B) \leq 1$; (2) $D(A, B) = D(B, A)$; (3) $D(A, B) \leq D(A, C) + D(C, B)$ 。

2 个区间值犹豫模糊集的距离越小,相似度越大,关系也就越密切。 $S(A, B) = 1 - D(A, B)$, 表示 A, B 的相似度。

2 现有的区间值犹豫模糊集距离测度

文献[7]提出的距离公式其一般标准欧式距离形式如下:

$$D(A, B) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2l_{x_i}} \sum_{j=1}^{l_{x_i}} (|\tilde{h}_{A_{\sigma(j)}}^L(x_i) - \tilde{h}_{B_{\sigma(j)}}^L(x_i)|^2 + |\tilde{h}_{A_{\sigma(j)}}^R(x_i) - \tilde{h}_{B_{\sigma(j)}}^R(x_i)|^2) \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

$\tilde{h}_{\sigma(j)}$ 是区间值犹豫模糊元中的区间进行排序后的第 j 个最大值,满足 $\tilde{h}_{\sigma(j)} \geq \tilde{h}_{\sigma(j+1)}$, $j = 1, 2, \dots, n-1$, $l_{x_i} = \max \{l(\tilde{h}_A(x_i)), l(\tilde{h}_B(x_i))\}$, 其中 $l(\tilde{h}_A(x_i))$ 和 $l(\tilde{h}_B(x_i))$ 分别代表 $\tilde{h}_A(x_i)$ 和 $\tilde{h}_B(x_i)$ 中区间的个数, $\tilde{h}_A(x_i) = \{[\tilde{h}_{A_1}^L(x_i), \tilde{h}_{A_1}^R(x_i)], [\tilde{h}_{A_2}^L(x_i), \tilde{h}_{A_2}^R(x_i)], \dots\}$, $\tilde{h}_B(x_i) = \{[\tilde{h}_{B_1}^L(x_i), \tilde{h}_{B_1}^R(x_i)], [\tilde{h}_{B_2}^L(x_i), \tilde{h}_{B_2}^R(x_i)], \dots\}$ 。

但是,以上的距离公式只限于属性相对应的 2 个区间值犹豫模糊元中区间个数相等的情况,所以当其对元中区间个数不相等时就需要进行扩充。

对于 $a = [a^L, a^R]$, $b = [b^L, b^R]$, 其中 $a \in [0,1]$, $b \in [0,1]$, 区间数运算法则^[5]如下:

$$a \vee b = [\max(a^L, b^L), \max(a^R, b^R)]; a \wedge b = [\min(a^L, b^L), \min(a^R, b^R)],$$

乐观者会填充若干个 $a \vee b$, 悲观者会填充若干个 $a \wedge b$ 。显然,扩充方法具有较强的主观性。

文献[6]提出区间值犹豫模糊集的距离测度如下:

$$D(\tilde{h}_A, \tilde{h}_B) = \frac{1}{l(\tilde{h}_A)l(\tilde{h}_B)} \sum_{\tilde{\tau}_A \in \tilde{h}_A} \sum_{\tilde{\tau}_B \in \tilde{h}_B} |(1-\lambda)(\tilde{\tau}_A^L - \tilde{\tau}_B^L) + \lambda(\tilde{\tau}_A^U - \tilde{\tau}_B^U)|, \quad (2)$$

其中, $l(\tilde{h}_A)$ 代表 $\tilde{h}_A$ 中区间的个数, $l(\tilde{h}_B)$ 代表 $\tilde{h}_B$ 中区间的个数。

当区间值犹豫模糊集 A, B 有多个属性指标 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 时,则它们之间的欧式距离为

$$D_\lambda(A, B) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{l(\tilde{h}_A(x_i))l(\tilde{h}_B(x_i))} \sum_{\tilde{\tau}_A \in \tilde{h}_A(x_i)} \sum_{\tilde{\tau}_B \in \tilde{h}_B(x_i)} |(1-\lambda)(\tilde{\tau}_A^L(x_i) - \tilde{\tau}_B^L(x_i)) + \lambda(\tilde{\tau}_A^U(x_i) - \tilde{\tau}_B^U(x_i))| \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

中, $\tilde{h}_A = \bigcup_{\tilde{\tau}_A \in \tilde{h}_A} \left\{ \tilde{\tau}_A = [\tilde{\tau}_A^L, \tilde{\tau}_A^U] \right\}$, $\tilde{h}_B = \bigcup_{\tilde{\tau}_B \in \tilde{h}_B} \left\{ \tilde{\tau}_B = [\tilde{\tau}_B^L, \tilde{\tau}_B^U] \right\}$, $l(\tilde{h}_A(x_i))$ 代表 $\tilde{h}_A(x_i)$ 中区间的个数, $l(\tilde{h}_B(x_i))$ 代表 $\tilde{h}_B(x_i)$ 中区间的个数。

公式的优点在于不用主观地增加一些区间值以达到 2 个区间值犹豫模糊元中区间个数相等的目的,另外,还计算了 2 个区间值犹豫模糊元中每对值之间的所有偏差。

3 改进的区间值犹豫模糊集的距离及相似度

文献[5]中的例子表明需要扩充的区间值犹豫模糊集的距离测度存在不足,有无法识别的情况。以下例

子表明文献[6]提出的不需要扩充的区间值犹豫模糊集的距离公式也存在着一一定的不足。

例1 设 $\lambda = 0.5$, 给定 $A = \{[0.2, 0.3], [0.4, 0.6]\}$, $B = \{[0.4, 0.5], [0.5, 0.8]\}$, 现有一区间值犹豫模糊集 $h = \{[0.2, 0.5], [0.5, 0.6]\}$, 判断 h 与 A 和 B 哪一个更接近?

利用公式(2)进行运算可以得到 $D(h, A) = 0.15$, $D(h, B) = 0.15$ 。此时, 利用原有的公式无法判断 h 与 A 和 B 哪一个更接近。因此, 本文提出了一种带有改进犹豫度的距离公式, 相比较于文献[5]中的公式, 弥补了需要主观填充的不足; 另外, 该公式在兼顾了区间两端点值和区间个数的影响之外, 还加入了偏差距离来衡量内部差异。

定义2 区间值犹豫模糊集 A 的第 i 个属性的标准差为

$$S(A(x_i)) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{l(h_A(x_i))} |h_{A_j}(x_i) - \bar{h}_A(x_i)|^2}{l(h_A(x_i))}}。$$

本文用标准差来表示区间值犹豫模糊元的内部犹豫度。在区间部分进行减法运算时, 对左右端点部分给予同等偏好, 具体形式如下: $|[a^L, a^U] - [b^L, b^U]| = 0.5|a^L - b^L| + 0.5|a^U - b^U|$ 。

定义3 针对第 i 个属性, 两个区间值犹豫模糊集 A, B 的偏差距离为

$$d_{s_i}(A, B) = |S(A(x_i)) - S(B(x_i))|。$$

受文献[6]的启发, 本文对原有距离公式进行改进, 定义出改进的区间值犹豫模糊集的距离公式, 针对单个属性时, $d_{p_i}(A, B) = \frac{1}{l(\tilde{h}_A(x_i))l(\tilde{h}_B(x_i))} \sum_{\tilde{\tau}_A(x_i) \in \tilde{h}_A(x_i)} \sum_{\tilde{\tau}_B(x_i) \in \tilde{h}_B(x_i)} \left((1 - \lambda) |\tilde{\tau}_A^L(x_i) - \tilde{\tau}_B^L(x_i)| + \lambda |\tilde{\tau}_A^U(x_i) - \tilde{\tau}_B^U(x_i)| \right)。$

定义4 区间值犹豫模糊集 A, B 间改进的欧式距离为

$$D(A, B) = \left[\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n ((d_{s_i}(A, B))^2 + (d_{p_i}(A, B))^2) \right]^{\frac{1}{2}}。$$

由于不同决策者针对不同状况对区间值犹豫模糊集之间距离以及区间值犹豫模糊集内部差异两个部分的偏好不同, 提出如下距离公式:

$$D(A, B) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\alpha (d_{s_i}(A, B))^2 + \beta (d_{p_i}(A, B))^2) \right]^{\frac{1}{2}},$$

其中 $\alpha, \beta \geq 0$, 且 $\alpha + \beta = 1$ 。

定义5 设 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 的权重向量, 满足 $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$, 则含偏差距离的改进加权欧式距离为

$$D(A, B) = \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \omega_i ((d_{s_i}(A, B))^2 + (d_{p_i}(A, B))^2) \right]^{\frac{1}{2}}。$$

通常情况下, 不仅要考虑偏好权重, 还应考虑 $x_i \in X (i = 1, 2, \dots, n)$ 的权重, 则有如下的距离公式:

$$D(A, B) = \left[\sum_{i=1}^n \omega_i (\alpha (d_{s_i}(A, B))^2 + \beta (d_{p_i}(A, B))^2) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

其中 $\alpha, \beta \geq 0$, 且 $\alpha + \beta = 1$ 。

定义6 设 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 的权重向量, 满足 $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$, 则定义含偏差距离的带有偏好的加权相似度公式如下:

$$S(A, B) = 1 - \left[\sum_{i=1}^n \omega_i (\alpha (d_{s_i}(A, B))^2 + \beta (d_{p_i}(A, B))^2) \right]^{\frac{1}{2}}。$$

例1代入含偏差距离的公式计算可得 $D(h, A) = 0.0875$, $D(h, B) = 0.075$, 这也就是说 h 与 A 更为接近。式(3)显然满足上述性质的前两条。

引理1 区间值犹豫模糊集 A, B, C 之间的距离满足 $D(A, B) \leq D(A, C) + D(C, B)$ 。

证明如下:记

$$d_p(A, B) = \frac{1}{l(\tilde{h}_A)l(\tilde{h}_B)} \sum_{\tilde{\tau}_A \in \tilde{h}_A} \sum_{\tilde{\tau}_B \in \tilde{h}_B} \left((1-\lambda)|\tilde{\tau}_A^L - \tilde{\tau}_B^L| + \lambda|\tilde{\tau}_A^U - \tilde{\tau}_B^U| \right),$$

所以有

$$\begin{aligned} d_p(A, B) &= \frac{1}{l(\tilde{h}_C)} \sum_{\tilde{\tau}_C \in \tilde{h}_C} d_p(A, B) = \frac{1}{l(\tilde{h}_A)l(\tilde{h}_B)} \sum_{\tilde{\tau}_A \in \tilde{h}_A} \sum_{\tilde{\tau}_B \in \tilde{h}_B} \left((1-\lambda)|\tilde{\tau}_A^L - \tilde{\tau}_B^L| + \lambda|\tilde{\tau}_A^U - \tilde{\tau}_B^U| \right) = \\ &= \frac{1}{l(\tilde{h}_A)l(\tilde{h}_B)l(\tilde{h}_C)} \sum_{\tilde{\tau}_A \in \tilde{h}_A} \sum_{\tilde{\tau}_B \in \tilde{h}_B} \sum_{\tilde{\tau}_C \in \tilde{h}_C} \left((1-\lambda)|\tilde{\tau}_A^L - \tilde{\tau}_C^L| + \lambda|\tilde{\tau}_A^U - \tilde{\tau}_C^U| + |\tilde{\tau}_C^L - \tilde{\tau}_B^L| + |\tilde{\tau}_C^U - \tilde{\tau}_B^U| \right) \leq \\ &= \frac{1}{l(\tilde{h}_A)l(\tilde{h}_B)l(\tilde{h}_C)} \sum_{\tilde{\tau}_A \in \tilde{h}_A} \sum_{\tilde{\tau}_B \in \tilde{h}_B} \sum_{\tilde{\tau}_C \in \tilde{h}_C} \left((1-\lambda) \left(|\tilde{\tau}_A^L - \tilde{\tau}_C^L| + |\tilde{\tau}_C^L - \tilde{\tau}_B^L| \right) + \lambda \left(|\tilde{\tau}_A^U - \tilde{\tau}_C^U| + |\tilde{\tau}_C^U - \tilde{\tau}_B^U| \right) \right) = \\ &= \frac{1}{l(\tilde{h}_A)l(\tilde{h}_B)l(\tilde{h}_C)} \sum_{\tilde{\tau}_A \in \tilde{h}_A} \sum_{\tilde{\tau}_B \in \tilde{h}_B} \sum_{\tilde{\tau}_C \in \tilde{h}_C} \left((1-\lambda)|\tilde{\tau}_A^L - \tilde{\tau}_C^L| + \lambda|\tilde{\tau}_A^U - \tilde{\tau}_C^U| + (1-\lambda)|\tilde{\tau}_C^L - \tilde{\tau}_B^L| + \lambda|\tilde{\tau}_C^U - \tilde{\tau}_B^U| \right) = \\ &= \frac{1}{l(\tilde{h}_A)l(\tilde{h}_C)} \sum_{\tilde{\tau}_A \in \tilde{h}_A} \sum_{\tilde{\tau}_C \in \tilde{h}_C} \left((1-\lambda)|\tilde{\tau}_A^L - \tilde{\tau}_C^L| + \lambda|\tilde{\tau}_A^U - \tilde{\tau}_C^U| \right) + \frac{1}{l(\tilde{h}_C)l(\tilde{h}_B)} \sum_{\tilde{\tau}_C \in \tilde{h}_C} \sum_{\tilde{\tau}_B \in \tilde{h}_B} \left((1-\lambda)|\tilde{\tau}_C^L - \tilde{\tau}_B^L| + \lambda|\tilde{\tau}_C^U - \tilde{\tau}_B^U| \right) = \\ &= d_p(A, C) + d_p(C, B). \end{aligned}$$

可以得到针对单个属性时

$$d_{p_i}(A, C) + d_{p_i}(C, B) - d_{p_i}(A, B) \geq 0. \quad (4)$$

又有 $|S(A(x_i)) - S(B(x_i))| \leq |S(A(x_i)) - S(C(x_i))| + |S(C(x_i)) - S(B(x_i))|$, 所以有

$$d_{s_i}(A, C) + d_{s_i}(C, B) - d_{s_i}(A, B) \geq 0. \quad (5)$$

由闵可夫斯基不等式和式(4)、式(5)可得

$$\begin{aligned} D(A, C) + D(C, B) &= \left[\sum_{i=1}^n \omega_i \left(\alpha(d_{s_i}(A, C))^2 + \beta(d_{p_i}(A, C))^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} + \left[\sum_{i=1}^n \omega_i \left(\alpha(d_{s_i}(C, B))^2 + \beta(d_{p_i}(C, B))^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} = \\ &= \left\{ \left[\sum_{i=1}^n \left(\sqrt{\omega_i \alpha} (d_{s_i}(A, C)) \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{\omega_i \beta} (d_{p_i}(A, C)) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[\sum_{i=1}^n \left(\sqrt{\omega_i \alpha} (d_{s_i}(C, B)) \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{\omega_i \beta} (d_{p_i}(C, B)) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \geq \\ &= \left(\sum_{i=1}^n \left(\sqrt{\omega_i \alpha} (d_{s_i}(A, C)) + \sqrt{\omega_i \alpha} (d_{s_i}(C, B)) \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{\omega_i \beta} (d_{p_i}(A, C)) + \sqrt{\omega_i \beta} (d_{p_i}(C, B)) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \left[\sum_{i=1}^n \omega_i \alpha \left((d_{s_i}(A, C)) + (d_{s_i}(C, B)) \right)^2 + \sum_{i=1}^n \omega_i \beta \left((d_{p_i}(A, C)) + (d_{p_i}(C, B)) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \geq \\ &= \left[\sum_{i=1}^n \omega_i \left(\alpha(d_{s_i}(A, B))^2 + \beta(d_{p_i}(A, B))^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} = \\ &= D(A, B), \end{aligned}$$

所以有 $D(A, B) \leq D(A, C) + D(C, B)$, 满足第三条性质。

4 数值算例

应用文献[5]中的例子, 可供选择的能源有5种, 分别记作 $A_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$, 决策者选用工艺先进性、市场价值、经济状况以及环境因素这4种属性来评估能源的优劣程度, 记作 $P_j (j = 1, 2, 3, 4)$, 4种属性的权重向量为 $\omega = (0.2, 0.4, 0.3, 0.1)$, 专家团队选取 $[0, 1]$ 的区间来体现决策者的评估。在本例中, 选择公式(3)重新计算,

令 $\lambda = 0.5$, 表示对区间左右端点值赋予同样的偏好。假定 $h = \{[1.0, 1.0]\}$ 为最优选择, 表 1 为各个属性评估矩阵 $H = (h_{ij})_{5 \times 4}$, 其中 $h_{ij} (i = 1, 2, 3, 4, 5, j = 1, 2, 3, 4)$ 表示区间值犹豫模糊元。表 2 是利用表 1 的数据, 通过公式(3)计算得到的各种选择与最佳选择之间的距离, 其中 $\alpha = (0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9), \beta = (0.9, 0.7, 0.5, 0.3, 0.1)$ 。

表 1 决策矩阵
Table 1 Decision matrix

	P_1	P_2	P_3	P_4
A_1	$\{[0.5, 0.6], [0.6, 0.7]\}$	$\{[0.2, 0.3], [0.3, 0.4], [0.4, 0.5]\}$	$\{[0.4, 0.5]\}$	$\{[0.2, 0.3], [0.3, 0.4]\}$
A_2	$\{[0.3, 0.4], [0.5, 0.6]\}$	$\{[0.4, 0.5], [0.7, 0.8]\}$	$\{[0.7, 0.8]\}$	$\{[0.5, 0.7]\}$
A_3	$\{[0.6, 0.7], [0.8, 0.9]\}$	$\{[0.5, 0.6]\}$	$\{[0.6, 0.7]\}$	$\{[0.4, 0.5]\}$
A_4	$\{[0.6, 0.7], [0.7, 0.8]\}$	$\{[0.3, 0.4], [0.4, 0.5]\}$	$\{[0.2, 0.3]\}$	$\{[0.3, 0.4], [0.5, 0.6]\}$
A_5	$\{[0.7, 0.8]\}$	$\{[0.2, 0.3], [0.3, 0.5]\}$	$\{[0.4, 0.5], [0.6, 0.7]\}$	$\{[0.3, 0.4]\}$

表 2 不同偏好下各能源与理想能源之间的距离及排序
Table 2 Distance and ranking between energy sources and ideal energy sources under different preference

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	排序
$\alpha = 0.1, \beta = 0.9$	0.391 8	0.268 7	0.268 9	0.403 2	0.366 4	$A_2 > A_3 > A_5 > A_1 > A_4$
$\alpha = 0.3, \beta = 0.7$	0.346 1	0.236 9	0.237 6	0.356 0	0.324 4	$A_2 > A_3 > A_5 > A_1 > A_4$
$\alpha = 0.5, \beta = 0.5$	0.293 3	0.206 3	0.201 6	0.301 5	0.275 2	$A_3 > A_2 > A_5 > A_1 > A_4$
$\alpha = 0.7, \beta = 0.3$	0.228 7	0.166 5	0.157 4	0.234 6	0.215 6	$A_3 > A_2 > A_5 > A_1 > A_4$
$\alpha = 0.9, \beta = 0.1$	0.136 3	0.113 6	0.094 5	0.138 5	0.131 3	$A_3 > A_2 > A_5 > A_1 > A_4$

通过表 2 的排序结果可以看出, 在 $\alpha \leq 0.3$ 时, $A_2 > A_3$, 但当 $\alpha > 0.3$ 时, 出现 $A_3 > A_2$, 与文献[5]中计算距离的结果显然不同, 这说明对偏差距离的权重增大影响了能源的排序结果, 并且此公式不需要对数据进行主观填充。由此可得, 区间值犹豫模糊集内部区间标准差的差异对衡量其之间距离也有显著影响, 将其作为影响距离的因素具有合理性和必要性。

5 结论

区间值犹豫模糊集在人工智能等诸多领域都有广泛应用, 以往的距离公式仅考虑了犹豫模糊区间 2 个端点值和区间个数的多寡对计算结果的影响, 忽略了犹豫模糊元内部各个区间的差异给距离带来的影响, 这样就出现了无法判别的情形, 本文提出改进犹豫度的区间值犹豫模糊集距离公式, 将内部偏差考虑在内, 弥补了这一不足, 另外, 不需主观地增加一些区间值以达到两个区间值犹豫模糊元中区间个数相等的目的。

参考文献:

- [1] TORRA V. Hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2010, 25(6): 529–539.
- [2] CHEN N, XU Z S, XIA M M. Correlation coefficients of hesitant fuzzy sets and their applications to clustering analysis[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(4): 2197–2211.
- [3] 陈树伟, 蔡丽娜. 区间值犹豫模糊集[J]. 模糊系统与数学, 2013, 27(6): 38–44.
- [4] LI D Q, ZENG W Y, LI J H. New distance and similarity measures on hesitant fuzzy sets and their applications in multiple criteria decision making[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2015, 40: 11–16.
- [5] 战秋艳, 张小红, 陈振宇, 等. 改进的区间值犹豫模糊集的距离及相似度[J]. 模糊系统与数学, 2017, 31(4): 91–99.
- [6] PENG D H, WANG T D, GAO C Y, et al. Enhancing relative ratio method for MCDM via attitudinal distance measures of interval-valued hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2017, 8(4): 1347–1368.
- [7] WEI G W, LIN R, WANG H J. Distance and similarity measures for hesitant interval-valued fuzzy sets[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2014, 27(1): 19–36.

(责任编辑: 刘 炜)