



基于区间犹豫模糊偏好关系的多属性决策方法

游 杰,王惠文*

(云南师范大学 数学学院,云南 昆明 650500)

摘 要:在现有的区间偏好关系和犹豫偏好关系基础上,首先定义了具有专家犹豫优先度的乘性一致性区间犹豫模糊偏好关系,并提出了其一致性和评价对象优先权重之间的关系;其次,基于模糊决策思想,建立线性规划模型,求出对应评价对象的区间权重向量;最后将模型应用于实例中,说明其可行性。

关键词:区间犹豫模糊偏好关系;专家犹豫优先度;模糊决策;优先权重

中图分类号:O159;O225

文献标志码:A

文章编号:1674-4942(2023)01-0017-07

Multi-attribute Decision Method Based on Interval-valued Hesitant Fuzzy Preference Relations

YOU Jie, WANG Huiwen*

(School of Mathematics, Yunnan Normal University, Kunming 650500, China)

Abstract:Based on the existing interval-valued preference relations and hesitant preference relations, the interval-valued hesitant fuzzy preference relations of the multiplicative consistency with expert hesitant priority is first defined, and the relationship between its consistency and the priority weight of the evaluation object is proposed. Secondly, based on the idea of fuzzy decision-making, a linear programming model is established to find the interval weight vector of the evaluation objects, and finally the model is applied to an example to illustrate its feasibility.

Keywords:interval-valued hesitant fuzzy preference relations; expert hesitant priority; fuzzy decision-making; priority weights

在决策过程中,需要决策者采用一定的方法来表达自己的决策意见,偏好矩阵即为一种决策表达方式,是由决策者对评价对象进行两两比较而形成的矩阵,由 Satty 首先提出偏好关系的基本概念,并建立了1~9个标度来描述一个评价对象优于或劣于另一个评价对象的程度^[1-2]。但在实际决策中,由于存在许多不确定性和复杂性,在 Zadeh 提出的模糊集概念^[3]的基础上,Orlorski 和 Tanino 提出了模糊偏好关系^[4-5]。随着决策问题的不断复杂化,在 Torra 提出的犹豫模糊集概念^[6]的基础上,Xia 和 Xu 提出了犹豫模糊偏好关系^[7],旨在用多个评价值去表示评价对象之间的优劣程度。为了更加灵活地表示优劣程度,Xu 研究了区间型的模糊偏好关系^[8]。基于这2类偏好关系,Chen 等提出了区间型的犹豫模糊偏好关系^[9],旨在更加准确地描述决策信息。

通过偏好关系进行决策,就需要决策者利用偏好关系得到各个评价对象的优先权重,从而对备选方案进行排序。一些学者通过建立一致的区间偏好信息与对应权重的关系,分别建立了目标规划模型和模糊规划模型进行求解^[10-12],而袁忽薇则提出将区间值视为三角分布的随机变量来构建规划模型进行求解^[13]。还有学者通过犹豫偏好信息的一致性和权重之间的关系,分别建立模糊规划、目标规划、0~1混合规划等模型

收稿日期:2022-08-27

基金项目:云南师范大学研究生科研训练基金项目(YJSJJ22-B93)

第一作者:游杰(1996—),四川广安人,硕士研究生,研究方向为模糊多准则决策。E-mail:1933251924@qq.com

*通信作者:王惠文(1975—),江苏镇江人,副教授,研究方向为模糊决策。E-mail:mathynnu@163.com

求优先权重^[14-17]。而对于区间犹豫偏好关系来说,一些学者从修正偏好关系的一致性角度出发,建立修正模型,从而间接获得优先权^[18-21],切入点较为单一。因此,区间犹豫偏好关系的优先权导出模型有待进一步发展和完善。

本文在区间偏好关系和犹豫偏好关系的基础上,首先定义了具有专家犹豫优先度的乘性一致性区间犹豫模糊偏好关系;其次,基于其一致性与权重的关系和模糊决策的思想,建立了线性规划模型,求出对应评价对象的区间值权重向量;最后,将该模型应用于实例中,说明了其可行性和合理性。

1 预备知识

1.1 模糊偏好关系

模糊偏好关系具有相应的标度及代表的偏好程度^[22],如表1所示。

表1 0~1标度及其对应偏好程度
Table 1 0~1 scale and its corresponding degree of preference

0~1 标度值	偏好程度	0~1 标度值	偏好程度
0.1	极度不偏好	0.6	稍微偏好
0.2	非常不偏好	0.7	一般偏好
0.3	一般不偏好	0.8	非常偏好
0.4	稍微不偏好	0.9	极度偏好
0.5	同样偏好	其他值	表示邻近两个标度的中间值

1.2 区间模糊偏好关系

设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为给定的方案集, $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 。

定义1^[8] 设 X 上的区间模糊偏好关系为 $A = (a_{ij})_{n \times n} \subset X \times X$, 其中, $a_{ij} = [a_{ij}^-, a_{ij}^+]$, 表示方案 x_i 优于方案 x_j 的程度, A 满足性质: (1) $a_{ij}^- + a_{ji}^+ = a_{ij}^+ + a_{ji}^- = 1$; (2) $a_{ij}^+ \geq a_{ji}^- \geq 0$ 。

设 $\tilde{a} = [a^-, a^+]$, $\tilde{b} = [b^-, b^+]$ 为2个区间数, 且 $\lambda \geq 0$ 。

定理1^[23] 区间数的基本运算法则:

(1) $\tilde{a} + \tilde{b} = [a^- + b^-, a^+ + b^+]$;

(2) $\lambda \tilde{a} = [\lambda a^-, \lambda a^+]$, 特别地, 若 $\lambda = 0$, 则 $\lambda \tilde{a} = 0$ 。

定义2^[23] $\tilde{a} \geq \tilde{b}$ 的可能度为

$$P(\tilde{a} \geq \tilde{b}) = \max \left\{ 1 - \max \left(\frac{b^+ - a^-}{l_{\tilde{a}} + l_{\tilde{b}}}, 0 \right), 0 \right\}, \quad (1)$$

其中 $l_{\tilde{a}} = a^+ - a^-$, $l_{\tilde{b}} = b^+ - b^-$ 。

本文利用定义2中的可能度公式对区间数进行排序, 若 $P(\tilde{a} \geq \tilde{b}) > P(\tilde{b} \geq \tilde{a})$, 则 $\tilde{a} \geq \tilde{b}$ 的可能性较大。

定义3^[11] 设 X 上的区间模糊偏好关系为 $A = (a_{ij})_{n \times n} \subset X \times X$, 若存在归一化区间权重向量 $w = (\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_n)^T$, 其中 $\bar{w}_i = [w_i^-, w_i^+]$, 使得

$$a_{ij} = [a_{ij}^-, a_{ij}^+] = \begin{cases} [0.5, 0.5], & i = j \\ \left[\frac{w_i^-}{w_i^- + w_j^+}, \frac{w_i^+}{w_i^+ + w_j^-} \right], & i \neq j \end{cases}, \forall i, j = 1, 2, \dots, n,$$

且满足 $0 \leq w_i^- \leq w_i^+ \leq 1$, $\sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^- + w_i^+ \leq 1$, $\sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^+ + w_i^- \geq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$, 则称 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 为乘性一致性区间模糊偏好关系。

1.3 区间犹豫模糊偏好关系

设 $D([0,1])$ 为区间 $[0,1]$ 上的所有闭子区间的集合。

定义 4^[9] 设 X 上的区间犹豫模糊偏好关系为 $A' = (a'_{ij})_{n \times n} \subset X \times X$, 其中 $a'_{ij} = \{[a_{ij}^{\sigma(k)-}, a_{ij}^{\sigma(k)+}]\}_{k=1}^{\#a'_{ij}}$, $\#a'_{ij}$ 表示 a'_{ij} 中的区间个数, $[a_{ij}^{\sigma(k)-}, a_{ij}^{\sigma(k)+}]$ 为 a'_{ij} 中第 k 小的区间, $\forall i, j = 1, 2, \dots, n$, 且 $j > i$, 则 A' 满足性质: (1) $[a_{ij}^{\sigma(k)-}, a_{ij}^{\sigma(k)+}] \in D([0,1])$, $\forall k = 1, 2, \dots, \#a'_{ij}$; (2) $a_{ij}^{\sigma(k)-} + a_{ji}^{\#a'_{ij}+1-\sigma(k)+} = a_{ij}^{\sigma(k)+} + a_{ji}^{\#a'_{ij}+1-\sigma(k)-} = 1$, $\forall k = 1, 2, \dots, \#a'_{ij}$; (3) $a_{ii}^- = a_{ii}^+ = 0.5$ 。

2 具有犹豫优先度的乘性一致性区间犹豫模糊偏好关系

2.1 具有犹豫优先度的乘性一致性区间犹豫模糊偏好关系定义

定义 5 设 X 上的具有犹豫优先度的区间犹豫模糊偏好关系为 $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n} \subset X \times X$, 其中 $\tilde{a}_{ij} = \{[a_{ij}^{\sigma(k)-}, a_{ij}^{\sigma(k)+}] | p_{ij}^{\sigma(k)}\}_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}}$, $\#\tilde{a}_{ij}$ 表示 $\tilde{a}_{ij}$ 中的区间个数, $[a_{ij}^{\sigma(k)-}, a_{ij}^{\sigma(k)+}]$ 为 $\tilde{a}_{ij}$ 中第 k 小的区间, $\forall i, j = 1, 2, \dots, n$, 且 $j > i$, $p_{ij} = \{p_{ij}^{\sigma(1)}, p_{ij}^{\sigma(2)}, \dots, p_{ij}^{\sigma(\#\tilde{a}_{ij})}\}$ 为归一化的专家犹豫优先度, 即 $\sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} = 1$ 且 $p_{ij}^{\sigma(k)} \geq 0$, $\forall k = 1, 2, \dots, \#\tilde{a}_{ij}$, 则 $\tilde{A}$ 满足性质:

- (1) $[a_{ij}^{\sigma(k)-}, a_{ij}^{\sigma(k)+}] \in D([0,1])$, $\forall k = 1, 2, \dots, \#\tilde{a}_{ij}$;
- (2) $a_{ij}^{\sigma(k)-} + a_{ji}^{\#\tilde{a}_{ij}+1-\sigma(k)+} = a_{ij}^{\sigma(k)+} + a_{ji}^{\#\tilde{a}_{ij}+1-\sigma(k)-} = 1$ 且 $p_{ij}^{\sigma(k)} = p_{ji}^{\sigma(k)}$, $\forall k = 1, 2, \dots, \#\tilde{a}_{ij}$;
- (3) $a_{ii}^- = a_{ii}^+ = 0.5$ 。

例 1

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \{[0.5, 0.5] | 1\} & \{[0.2, 0.3] | 0.3, [0.3, 0.4] | 0.7\} & \{[0.3, 0.4] | 0.2, [0.4, 0.5] | 0.8\} \\ \{[0.7, 0.8] | 0.3, [0.6, 0.7] | 0.7\} & \{[0.5, 0.5] | 1\} & \{[0.7, 0.8] | 1\} \\ \{[0.6, 0.7] | 0.2, [0.5, 0.6] | 0.8\} & \{[0.2, 0.3] | 1\} & \{[0.5, 0.5] | 1\} \end{pmatrix}$$

是具有犹豫优先度的区间犹豫模糊偏好关系。

定义 6 设 X 上的具有犹豫优先度的区间犹豫模糊偏好关系为 $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n} \subset X \times X$, 若存在归一化区间权重向量 $w = (\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_n)^T$, 其中 $\bar{w}_i = [w_i^-, w_i^+]$, 使得

$$\sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot [a_{ij}^{\sigma(k)-}, a_{ij}^{\sigma(k)+}] = \left[\sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot a_{ij}^{\sigma(k)-}, \sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot a_{ij}^{\sigma(k)+} \right] = \begin{cases} [0.5, 0.5], & i = j \\ \left[\frac{w_i^-}{w_i^- + w_j^+}, \frac{w_i^+}{w_i^+ + w_j^-} \right], & i \neq j, \forall i, j = 1, 2, \dots, n, \end{cases}$$

且满足 $0 \leq w_i^- \leq w_i^+ \leq 1$, $\sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^- + w_i^+ \leq 1$, $\sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^+ + w_i^- \geq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$, 则称 $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n}$ 为具有犹豫优先度的乘性一致性区间模糊偏好关系。

2.2 基于具有犹豫优先度的乘性一致性区间犹豫模糊偏好关系的排序权重的确定

如果具有犹豫优先度的区间犹豫模糊偏好关系 $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n}$ 具有乘性一致性, 则 $\sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot [a_{ij}^{\sigma(k)-}, a_{ij}^{\sigma(k)+}]$ 应等于 $\left[\frac{w_i^-}{w_i^- + w_j^+}, \frac{w_i^+}{w_i^+ + w_j^-} \right]$, 即有

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot a_{ij}^{\sigma(k)-} = \frac{w_i^-}{w_i^- + w_j^+} \\ \sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot a_{ij}^{\sigma(k)+} = \frac{w_i^+}{w_i^+ + w_j^-} \end{cases}, \forall i, j = 1, 2, \dots, n, \text{ 且 } j > i, \quad (2)$$

成立。设

$$R_{ij}^{(1)}(w) = w_i^- - (w_i^- + w_j^+) \cdot \sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot a_{ij}^{\sigma(k)-}, \quad (3)$$

$$R_{ij}^{(2)}(w) = w_i^+ - (w_i^+ + w_j^-) \cdot \sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot a_{ij}^{\sigma(k)+}, \quad (4)$$

若偏好关系 $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n}$ 不具有乘性一致性,则不存在归一化区间权重向量 w 使 $R_{ij}^{(1)}(w) = 0$ 及 $R_{ij}^{(2)}(w) = 0$ 完全成立 ($\forall i, j = 1, 2, \dots, n$, 且 $j > i$), 但仍要求所求得的归一化区间权重向量 w 尽可能满足式(2), 即 $R_{ij}^{(1)}(w) \cong 0$ 、 $R_{ij}^{(2)}(w) \cong 0$ (其中“ $\cong$ ”是模糊等式的符号, 意为“基本上等于”).

因此, 本文基于模糊决策的思想, 建立新的规划模型来确定区间犹豫模糊偏好关系的排序权重. 首先引入满意度函数的概念:

定义 7 设满意度函数 $m_{ij}^{(\theta)}(w): R_{ij}^{(\theta)}(w) \mapsto [0, 1]$, 其中 $\theta = 1, 2, \forall i, j = 1, 2, \dots, n$, 且 $j > i$, 满足性质: (1) 当 $R_{ij}^{(\theta)}(w) = 0$ 时, $m_{ij}^{(\theta)}(w) = 1$; (2) $|R_{ij}^{(\theta)}(w)|$ 的值越大, 则 $m_{ij}^{(\theta)}(w)$ 的值越小.

定义 7 中的满意度函数 $m_{ij}^{(\theta)}(w)$ 可理解为: 所求得的区间权重向量使得 $R_{ij}^{(\theta)}(w)$ 越接近 0, 则决策者对该区间权重向量越满意. 该满意度函数可选取

$$m_{ij}^{(\theta)}(w) = \begin{cases} 1 - \frac{R_{ij}^{(\theta)}(w)}{t}, & 0 < R_{ij}^{(\theta)}(w) < t, \\ 1, & R_{ij}^{(\theta)}(w) = 0, \\ 1 + \frac{R_{ij}^{(\theta)}(w)}{t}, & -t < R_{ij}^{(\theta)}(w) < 0, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 t 为容差参数.

因此, 可以将权重的确定问题表示为模糊决策问题 $\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2$, 其中 $\tilde{G}$ 具有隶属函数 $\mu_{\tilde{G}_1}(w) = \min_{i,j=1,2,\dots,n,j>i} \{m_{ij}^{(1)}(w)\}$, $\tilde{G}_2$ 具有隶属函数 $\mu_{\tilde{G}_2}(w) = \min_{i,j=1,2,\dots,n,j>i} \{m_{ij}^{(2)}(w)\}$, 则 $\tilde{D}$ 的隶属函数可表示为 $\mu_{\tilde{D}}(w) = \min \{ \mu_{\tilde{G}_1}(w), \mu_{\tilde{G}_2}(w) \}$, $\forall w = (\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_n)^T$, 其中 $\bar{w}_i = [w_i^-, w_i^+]$, 且满足 $0 \leq w_i^- \leq w_i^+ \leq 1$, $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_j^- + w_i^+ \leq 1$, $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_j^+ + w_i^- \geq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$, 则该决策问题的可行解可表示为 $S = \left\{ (w, \mu_{\tilde{D}}(w)) \mid \forall w = (\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_n)^T \right\}$, 而最优

解为 $(w^*, \lambda^*) = \left(w^*, \max_w \{ \mu_{\tilde{D}}(w) \} \right)$, 则可以建立最大—最小优化模型求解区间权重向量:

$$\begin{aligned} & \text{(M-1)} \quad \max \quad \lambda \\ & \text{s.t.} \quad \begin{cases} \lambda \leq m_{ij}^{(1)}(w), i, j = 1, 2, \dots, n, j > i, \\ \lambda \leq m_{ij}^{(2)}(w), i, j = 1, 2, \dots, n, j > i, \\ 0 \leq w_i^- \leq w_i^+ \leq 1, i = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_j^- + w_i^+ \leq 1, i = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_j^+ + w_i^- \geq 1, i = 1, 2, \dots, n, \\ 0 \leq \lambda \leq 1, \end{cases} \end{aligned}$$

由式(3)、式(4)可将模型(M-1)写成:

$$\begin{aligned}
 & (M-2) \quad \max \quad \lambda \\
 & \text{s.t.} \quad \left\{ \begin{array}{l}
 \lambda t \pm \left[w_i^- - (w_i^- + w_j^+) \cdot \sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot a_{ij}^{\sigma(k)-} \right] \leq t, i, j=1, 2, \dots, n, j > i, \\
 \lambda t \pm \left[w_i^+ - (w_i^+ + w_j^-) \cdot \sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} \cdot a_{ij}^{\sigma(k)+} \right] \leq t, i, j=1, 2, \dots, n, j > i, \\
 \sum_{k=1}^{\#\tilde{a}_{ij}} p_{ij}^{\sigma(k)} = 1, p_{ij}^{\sigma(k)} \geq 0, k=1, 2, \dots, \#\tilde{a}_{ij}, i, j=1, 2, \dots, n, j > i, \\
 0 \leq w_i^- \leq w_i^+ \leq 1, i=1, 2, \dots, n, \\
 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_j^- + w_i^+ \leq 1, i=1, 2, \dots, n, \\
 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_j^+ + w_i^- \geq 1, i=1, 2, \dots, n, \\
 0 \leq \lambda \leq 1,
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

通过求解模型(M-2)可获得最优解 (w^*, λ^*) ,其中 w^* 为最优区间权重向量值, λ^* 表示在约束条件下的最大满意度。若在 $t=0$ 的情况下 $\lambda^* = 1$,则表示 $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n}$ 是乘性一致的。在实际决策中,应适当调整容许参数 t 的取值,从而使优化问题的解非空。

例2 根据例1中的 $\tilde{A}$,利用(M-2)计算其区间权重向量,结果如表2所示。

表2 区间权重向量结果
Table 2 Results of interval weight vector

t	w_1	w_2	w_3	λ
0	无解			
0.1	[0.185, 0.242]	[0.499, 0.620]	[0.195, 0.260]	0.678 8
0.5	[0.185, 0.242]	[0.499, 0.620]	[0.195, 0.260]	0.935 8
1	[0.185, 0.242]	[0.499, 0.620]	[0.195, 0.260]	0.967 8
5	[0.185, 0.242]	[0.499, 0.620]	[0.195, 0.260]	0.993 6

从结果中可以发现,当 $t=0$ 时,此问题无解,说明 $\tilde{A}$ 不是乘性一致性的;而在有解的情况下(t 值取适当大时), w 的取值不会随着 t 的取值进行改变,而相应地, t 值越大, λ 越大。因此,在实际决策过程中,只需选取适当大小的 t 值进行求解权重向量即可。

3 基于区间犹豫模糊偏好关系的多属性决策

3.1 决策模型

假设有 n 个备选方案 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,本文基于乘性一致性的具有犹豫优先度的区间犹豫模糊偏好关系,求解出各方案的优先权重向量,从而对备选方案进行优劣排序,具体步骤如下:

步骤1:由决策者或专家对备选方案 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 进行两两比较,得到具有犹豫优先度(归一化的)的区间犹豫模糊偏好关系 $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n}$;

步骤2:由决策者设定容差参数 t 的值;

步骤3:利用模型(M-2)进行求解,得各备选方案的区间权重向量;

步骤4:由式(1)对区间权重向量进行排序,即可对备选方案进行优劣排序。

3.2 算法实例

本文选用文献[9]中的实例对上述方法进行分析。以九甸峡水库大工程为例,水库的设计有很多用途,

如发电、灌溉、工业、农业、居民和环境等供水。根据对水量分配的不同要求,提出4种水库调度方案 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, 由专家对4种调度方案进行评估。

第一步,由专家对4种方案进行两两比较,得到具有专家犹豫优先度(归一化的)的区间犹豫模糊偏好关系

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \{[0.5, 0.5]\}1 & \{[0.4, 0.5]\}0.7, [0.7, 0.8]\}0.3 & \{[0.6, 0.7]\}1 & \{[0.3, 0.5]\}0.8, [0.6, 0.7]\}0.2 \\ \{[0.5, 0.6]\}0.7, [0.2, 0.3]\}0.3 & \{[0.5, 0.5]\}1 & \{[0.4, 0.6]\}1 & \{[0.7, 0.8]\}1 \\ \{[0.3, 0.4]\}1 & \{[0.4, 0.6]\}1 & \{[0.5, 0.5]\}1 & \{[0.3, 0.4]\}0.5, [0.5, 0.7]\}0.3, [0.8, 0.9]\}0.2 \\ \{[0.5, 0.7]\}0.8, [0.3, 0.4]\}0.2 & \{[0.2, 0.3]\}1 & \{[0.6, 0.7]\}0.5, [0.3, 0.5]\}0.3, [0.1, 0.2]\}0.2 & \{[0.5, 0.5]\}1 \end{pmatrix};$$

第二步,取容差参数 $t=1$;

第三步,利用模型(M-2)进行求解,得各备选方案的区间权重向量为 $w_1 = [0.210, 0.290]$, $w_2 = [0.265, 0.345]$, $w_3 = [0.202, 0.243]$, $w_4 = [0.133, 0.202]$;

第四步,根据式(1),对权重向量进行比较,从而得到 $x_2 > x_1 > x_3 > x_4$ 。

4 结论

本文基于现有的区间犹豫模糊偏好关系,提出了具有专家犹豫优先度的区间犹豫模糊偏好关系的概念,并探讨了偏好关系一致性与评价对象的优先权重之间的关系,由此基于模糊决策思想建立了线性规划模型,求出对应评价对象的区间值权重向量,最后将该模型应用于实例中,说明了其可行性和合理性。

参考文献:

- [1] SAATY T L. A scaling method for priorities in hierarchical structures[J]. Journal of Mathematical Psychology, 1977, 15(3): 234-281.
- [2] SAATY T L. The analytic hierarchy process[M]. New York:Mcgraw-Hill, 1980.
- [3] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.
- [4] ORLOVSKY S A. Decision-making with a fuzzy preference relation[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(3): 155-167.
- [5] TANINO T. Fuzzy preference orderings in group decision making[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1984, 12(2): 117-131.
- [6] TORRA V. Hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2010, 25(6): 529-539.
- [7] XIA M M, XU Z S. Managing hesitant information in GDM problems under fuzzy and multiplicative preference relations[J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2013, 21(6): 865-897.
- [8] XU Z S. On compatibility of interval fuzzy preference relations[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2004, 3(3): 217-225.
- [9] CHEN N, XU Z S, XIA M M. Interval-valued hesitant preference relations and their applications to group decision making[J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 37: 528-540.
- [10] XU Z S, CHEN J. Some models for deriving the priority weights from interval fuzzy preference relations[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 184(1): 266-280.
- [11] WANG Z J, LI K W. Goal programming approaches to deriving interval weights based on interval fuzzy preference relations[J]. Information Sciences, 2012, 193: 180-198.
- [12] WAN S P, WANG F, DONG J Y. A group decision making method with interval valued fuzzy preference relations based on the geometric consistency[J]. Information Fusion, 2018, 40: 87-100.
- [13] 袁忽薇. 基于区间模糊信息的群决策方法及应用[D]. 南昌:江西财经大学, 2020.
- [14] ZHU B, XU Z S. Analytic hierarchy process-hesitant group decision making[J]. European Journal of Operational Research, 2014, 239(3): 794-801.
- [15] ZHU B, XU Z S, XU J P. Deriving a ranking from hesitant fuzzy preference relations under group decision making[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2014, 44(8): 1328-1337.
- [16] TANG J, AN Q X, MENG F Y, et al. A natural method for ranking objects from hesitant fuzzy preference relations[J]. International Journal of Information Technology & Decision Making, 2017, 16(6): 1611-1646.
- [17] XUE M, DU Y F. A group decision-making model based on regression method with hesitant fuzzy preference relations[J]. Mathe-

- mathematical Problems in Engineering, 2017, 2017:6549791.
- [18] TANG J, MENG F Y. Ranking objects from group decision making with interval-valued hesitant fuzzy preference relations in view of additive consistency and consensus[J]. Knowledge-Based Systems, 2018, 162:46–61.
- [19] ZHANG Y N, TANG J, MENG F Y. Programming model-based method for ranking objects from group decision making with interval-valued hesitant fuzzy preference relations[J]. Applied Intelligence, 2019, 49(3):837–857.
- [20] TANG J, MENG F Y. New method for interval-valued hesitant fuzzy decision making based on preference relations[J]. Soft Computing, 2020, 24(17):13381–13399.
- [21] TANG J, ZHANG Y N, FUJITA H, et al. Analysis of acceptable additive consistency and consensus of group decision making with interval-valued hesitant fuzzy preference relations[J]. Neural Computing and Applications, 2021, 33(13):7747–7772.
- [22] 徐泽水,任珮嘉. 犹豫模糊偏好决策研究进展与前景[J]. 系统工程理论与实践, 2020, 40(8):2193–2202.
- [23] XU Z S, DA Q L. The uncertain OWA operator[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2002, 17(6):569–575.

(责任编辑:刘 炜)

(上接第16页)

- [7] 沙秀艳,尹传存. 基于隶属度偏差加权的改进犹豫模糊距离测度及应用[J]. 统计与决策, 2022, 38(4):180–184.
- [8] ZHANG H M. Distance and entropy measures for dual hesitant fuzzy sets[J]. Computational and Applied Mathematics, 2020, 39(2):91.
- [9] 李双明,关欣,孙贵东. 基于犹豫模糊集的不等长序列识别方法及应用[J]. 通信学报, 2021, 42(7):41–51.
- [10] 王婕,耿秀丽. 基于直觉模糊余弦相似度的云制造服务质量评价[J]. 计算机集成制造系统, 2021, 27(4):1128–1134.
- [11] 徐露,林志超,周礼刚,等. 基于区间 q -Rung Orthopair 模糊正弦相似测度的决策方法[J]. 武汉理工大学学报(信息与管理工程版), 2022, 44(3):69–74, 111.
- [12] DUBUISSON M P, JAIN A K. A modified Hausdorff distance for object matching[C]//Proceedings of 12th International Conference on Pattern Recognition. Jerusalem:IEEE, 2002:566–568.
- [13] XIA M M, XU Z S. Hesitant fuzzy information aggregation in decision making[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2011, 52(3):395–407.
- [14] LIAO H C, XU Z S. Extended hesitant fuzzy hybrid weighted aggregation operators and their application in decision making[J]. Soft Computing, 2015, 19(9):2551–2564.
- [15] LIAO H C, XU Z S, XIA M M. Multiplicative consistency of hesitant fuzzy preference relation and its application in group decision making[J]. International Journal of Information Technology & Decision Making, 2014, 13(1):47–76.
- [16] FARHADINIA B, XU Z S. A novel distance-based multiple attribute decision-making with hesitant fuzzy sets[J]. Soft Computing, 2020, 24(7):5005–5017.

(责任编辑:刘 炜)